

## KOMPETENZ-GERÄNGEL

**Aufgabe 1** – zum Themenbereich Analysis

**DSL-Boom**

In regelmäßigen Abständen werden neue Zahlen zu den DSL-Internet-Zugängen veröffentlicht. Die nebenstehende Grafik zeigt die Entwicklung vom Jahr 2002 bis zum Jahr 2006.

Quelle: BITKOM (Bundesverband der Informationswirtschaft, Telekommunikation und neue Medien)

Durch die Analyse der Daten eines zurückliegenden Zeitraums versucht man Vorhersagen für die Zukunft abzuleiten. Dazu werden mathematische Modelle entwickelt.



In einer ersten Modellannahme soll exponentielles Wachstum angenommen werden. Die Funktion  $f$  mit der Gleichung  $f(x) = 3,3 \cdot e^{0,27x}$  beschreibt die Anzahl DSL-Anschlüsse in Millionen zum Zeitpunkt  $x$  in Jahren ( $x = 0$  entspricht Ende 2002).

- Zeigen Sie, dass die angenommene Funktion  $f$  für die Vorhersage der DSL-Anschlüsse der Jahre 2002 und 2005 eine gute Annäherung darstellt. Stellen Sie den Graf der Funktion  $f$  in einem geeigneten Koordinatensystem dar. Ergänzen Sie in der Darstellung den Verlauf bei linearem Wachstum mit den Daten der Jahre 2002 und 2005. Bestimmen Sie die Funktionsgleichung  $g(x)$  des linearen Wachstums.
- Bestimmen Sie für die Modellannahme des exponentiellen Wachstums den Wachstumsfaktor und die prozentuale Zunahme der DSL-Anschlüsse pro Jahr. Bestimmen Sie außerdem die Verdopplungszeit für die Zahl der DSL-Anschlüsse.
- Bestimmen Sie, wann nach diesem Wachstumsmodell dreiviertel aller Haushalte in Deutschland einen DSL-Anschluss haben müssten, wenn von insgesamt 40 Mio. vorhandenen Haushalten ausgegangen wird. Geben Sie die Uniformungsschritte an, die auf die Lösung führen. Begründen Sie, warum die weitere Entwicklung über einen längeren Zeitraum vermutlich mit der obigen Funktionsgleichung nicht vorhergesagt werden kann.
- Bestimmen Sie für die Funktion  $f$  die erste Ableitung und erläutern Sie, welche Bedeutung diese für die Entwicklung der DSL-Anschlusszahlen hat.

In einem anderen Modell wird angenommen, dass sich die zukünftige Entwicklung der DSL-Anschlusszahlen besser beschreiben lässt durch eine Funktionsgleichung vom Typ

$$h(x) = 35 - (35 - a) \cdot e^{-0,13x}$$

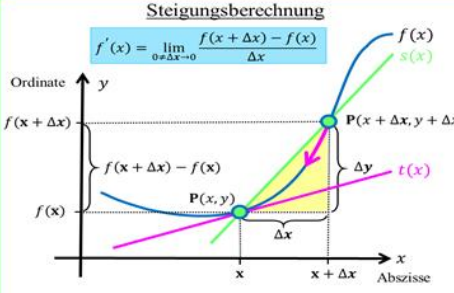
$a$  in Jahren ( $x = 0$  entspricht hier Ende 2005),  $h(x)$  in Millionen DSL-Anschlüsse.

Benutzen Sie diese Funktionsgleichung für die nachfolgenden Untersuchungen.

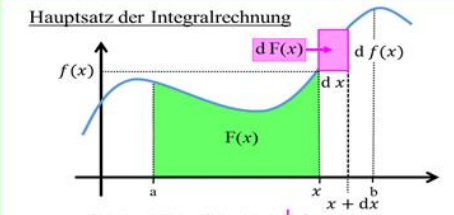
- Bestimmen Sie mit der Anzahl der DSL-Anschlüsse am Ende des Jahres 2005 der obigen Statistik der BITKOM einen Wert für  $a$  in Mio. Anschlüssen. Ermitteln Sie den Grenzwert  $\lim_{x \rightarrow \infty} h(x)$  und beurteilen Sie, wie viele Haushalte nach diesem Modell langfristig ohne DSL-Anschluss verbleiben, wenn pro Haushalt immer nur ein DSL-Anschluss eingepflegt wird. Geben Sie dabei wieder von insgesamt 40 Mio. vorhandenen Haushalten in Deutschland aus. Nennen Sie Gründe dafür, dass dieser Modellierungsansatz der Realität vermutlich näher kommen wird.

## TIEFES VERSTÄNDNIS

**Steigungsberechnung**

$$f'(x) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x}$$


**Hauptsatz der Integralrechnung**



$$f(x) \cdot dx \leq dF(x) \leq (f(x) + dx) \cdot dx \quad \left\{ \begin{array}{l} dx \neq 0 \\ dx \rightarrow 0 \end{array} \right.$$

$$\Leftrightarrow f(x) \leq \frac{dF(x)}{dx} \leq f(x) + dx \quad \left\{ \begin{array}{l} dx \neq 0 \\ dx \rightarrow 0 \end{array} \right.$$

$$\Leftrightarrow f(x) \leq \frac{dF(x)}{dx} \leq f(x) \quad \Leftrightarrow \frac{dF(x)}{dx} = f(x)$$

U. v. Kusserow

## Unerträgliches und Erfreuliches

## Differenzial- und Integralrechnung im Schulunterricht

### Unerträgliches und Erfreuliches

### Analytische Geometrie und lineare Algebra im Schulunterricht

Ulrich v. Kusserow, Olbers-Gesellschaft e. V. Bremen

Insbesondere Skalar- und Kreuzprodukte spielen im Schulunterricht bei der Anwendung im Rahmen der Vektorrechnung in den Fächern Mathematik und Physik eine sehr zentrale Rolle. Die über diese Verknüpfungsoperatoren in der Sekundarstufe II erworbenen Kenntnisse stellen nicht nur eine unbedingt erforderliche und sehr wichtige Grundlage für die Schüler dar, die anschließend gezielt fachwissenschaftliche Studien an der Universität und in Forschungszusammenhängen betreiben möchten. Darüber hinaus könnte eine sorgfältige Herleitung und ausführlichere Erörterung der für diese Vektoroperationen geltenden Gesetzmäßigkeiten allen Schülern einen besonders anschaulichen, wünschenswert tiefen und exemplarischen Einblick in die besonderen Leistungsfähigkeiten mathematischer Konzepte ermöglichen.

Aus Sicht des erfahrenen Referenten werden sowohl die mathematischen Hintergründe als auch die vielfältigen wichtigen Anwendungsbereiche dieser Vektoroperationen vor allem in der Physik heute selbst in manchen Leistungskursen gar nicht mehr ausreichend aufgezeigt und bearbeitet. Stattdessen wird von den Schülern, oftmals eher nur oberflächlich „kompetenzorientiert“, die mehr oder weniger routinemäßige Fähigkeit zur Lösung immer wieder ähnlicher Textaufgaben mit besonders umfangreichen Textteilen abverlangt. Die Freude am Erlangen eines wirklich tiefen Verständnisses von sehr aussagekräftigen, vielfältig einsetzbaren und grundlegenden mathematischen Konzepten wird dadurch leider nicht gefördert.

In diesem reich und anschaulich bebilderten Vortrag soll zum einen die Aufbereitung einer schülergerechten Herleitung aller wichtigen, für die Skalar- und Kreuzprodukte geltenden Gesetzmäßigkeit vorgestellt werden. Zum andern sollen die Vorstellung einer Vielzahl

nützlicher Anwendungsbereiche in der analytischen Geometrie, Linearen Algebra und in der Physik sowie didaktische und methodische Tipps insbesondere auch jungen Lehrern dabei helfen, selbst eine sowohl schülergerechte als auch fachwissenschaftlich und didaktisch fundierte erfolgreiche Unterrichtseinheit zu erstellen.

---

Ulrich v. Kusserow

Besselstraße 32-34

D-28203 Bremen

Tel.: 0421-75160

Handy: 0151 22285661

E-mail: [uvkusserow@t-online.de](mailto:uvkusserow@t-online.de)

Internet:

<http://uvkusserow.magix.net/website>

<http://kosmischemagnetfelder.wordpress.com>